

钢筋砼等肢 L 形截面双向偏心受压柱的设计方法*

⑨
36-40, 35

TU375.204

申冬建 陈云霞
(天津大学土木系 300072)

摘要 通过对不同长细比、相对偏心距及荷载角的等肢 L 形截面双向偏心受压柱的非线性全过程计算机分析, 得出了其承载力和侧向挠度的基本规律, 并提出利用偏心距增大系数进行设计的方法。同时给出了等肢 L 形截面双向偏压柱划分为长短柱的界限。

关键词 等肢 L 形截面 双向偏心受压柱 长细比 相对偏心距 荷载角 偏心距增大系数

钢筋砼等肢

Based on the nonlinear analysis of complete response process for L-shaped R. C. columns with equal legs subjected to biaxially eccentric loading, the general behavior of columns for different slenderness ratios, eccentricity ratios and loading angels is investigated. On this basis a design procedure using eccentricity magnification factor is proposed, also, the classification bound for short and slender L-shaped R. C. columns with equal legs under biaxial bending is presented.

Keywords: L-shaped R. C. columns ; biaxial eccentric loads; nonlinear analysis ; complete response process; slenderness ratio; eccentricity ratio; eccentricity magnification factor

一、前言

在框架结构中角柱采用 L 形截面形式可以避免屋内角柱棱角外露, 从而改善建筑空间的使用条件, 目前在居住建筑中逐渐得到更多的应用。截止目前, 世界各国对 L 形截面短柱进行了不少的试验研究, 并提出了相应的一些设计方法^[1-4], 而对于实际工程中常遇到的中长柱, 目前则尚未见有关文献。

本文针对实际工程中常见的等肢 L 形截面柱, 以两端铰接的基本长柱作为计算模型, 选取影响等肢 L 形截面双向偏心受压柱承载力的主要因素, 包括长细比 l_0/r_a 、相对偏心距 e_0/r_a 和荷载角 α , α ——荷载作用点至截面形心连线与坐标轴 x 正向的夹角, 以逆时针为正, r_a ——截面在荷载角 α 方向的回转半径。对各种不同情况的 100 根等肢 L 形截面中长柱进行了非线性全过程计算机分析, 从而得到了等肢 L 形截面柱承载力及侧向挠度的规律, 最后提出了等肢 L 形截面双向偏心受压柱的设计方法。分析比较表明, 本文方法的计算结果与试验

结果有很好的 consistency。

二、基本模型及基本假定

为了确定等肢 L 形截面钢筋砼柱的承载力及破坏时柱的侧向挠度, 本文选取两端等偏心加载的铰接基本长柱来进行分析。由于柱约束受力的对称性, 故可将基本长柱进一步简化为一端固定、一端自由的模型柱来研究, 模型柱及坐标如图 1 所示。

在对等肢 L 形截面双向偏心受压柱的受力分析过程中, 本文引入了如下基本假定: 1. 平均应变的平截面假定。2. 砼受压时的应力-应变本构关系取抛物线加平直线模型, 砼极限压应变 ϵ_{cu} 取 0.0033, 钢筋受拉和受压时, 其应力-应变本构关系取双直线模型。3. 不考虑砼的抗拉强度及收缩、徐变的影响。4. 忽略整个受力过程中截面抗扭刚度对侧向挠度的影响。5. 将截面划分为若干小矩形单元, 在柱受力过程中近似认为每个单元砼应力均匀分布, 其合力位于单元形心。6. 将柱沿高度划分为八个柱高单元, 近似认为每个柱高单元上的曲率直线变化。

三、等肢 L 形截面双向偏心受压柱承载力及侧向挠度的计算原理

* 天津市科委重点科研项目(大开间抗震、消能轻型建筑体系研究)系列论文之一。

对于 L 形截面双向偏心受压柱, 当受到小于破坏荷载 N_u 的某级荷载作用时, 它会产生侧向挠度, 继而产生附加弯矩; 而在附加弯矩作用下, 偏压柱又会产生更高阶侧向挠度, 进而产生更高阶附加弯矩。因此, 柱的侧向挠度会逐渐增大。对于材料破坏和失稳破坏的 L 形截面双向偏心受压柱, 在偏心力 $N \leq N_u$ 时 (e_0, α 一定), 其侧向挠度是逐渐收敛的。本文采用逐级加载、无限逼近的方法来确定给定 L 形截面双向偏心受压柱破坏时的极限承载力及侧向挠度曲线。其步骤如下:

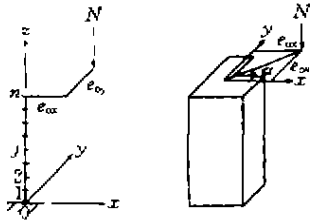


图 1 坐标系的建立

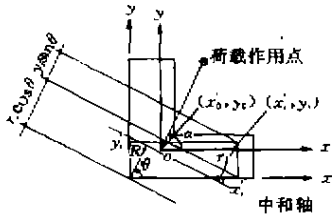


图 2

1. 某级荷载 N_k (α, e_0 一定) 作用下, 已知初始变形时, 柱各分段点 j (见图 1) 截面曲率 ϕ_j 的确定

为了求得柱各分段点截面在 N_k, M_{xj}, M_{yj} 作用时的截面曲率和中和轴方位, 必须首先求出 L 形截面在 N_k, M_{xj}, M_{yj} 作用下的 $M-\phi$ 全曲线以备调用。本程序通过逐级增加曲率来求得 $M-\phi$ 关系曲线。具体做法是:

(1) 首先初步选定一中和轴法线角度 θ (θ 为中和轴法线方向与坐标轴 x 正向夹角, 以逆时针为正), 通常可取 $\theta = \alpha_c$

(2) 然后初选一截面曲率 ϕ (一般宜小于 $0.5 \cdot 10^{-5}$) 和中和轴距 x', y' 坐标原点的距离 R 。根据应变平截面假定即可求得截面上各钢筋及砼单元形心至中和轴的距离 r_i (见图 2)。

$$r_i = (x_i \cos \theta + y_i \sin \theta) - R \quad (1)$$

式中 x_i, y_i 为截面上 i 单元形心在 x, y 坐标系中的

坐标。相应的应变

$$\epsilon_i = \phi r_i \quad (2)$$

(3) 由基本假定 (2) 求截面各钢筋及砼单元的应力。通过积分可求得此时截面所能承受的轴力 N 及对形心轴 x, y 的弯矩 M_x, M_y

$$N = \int_{A_c} \sigma_{ci} dA_{ci} + \int_{A_s} \sigma_{si} dA_{si} \quad (3)$$

$$M_x = \int_{A_c} \sigma_{ci} (y_{ci} - y_0) dA_{ci} + \int_{A_s} \sigma_{si} (y_{si} - y_0) dA_{si} \quad (4)$$

$$M_y = \int_{A_c} \sigma_{ci} (x_{ci} - x_0) dA_{ci} + \int_{A_s} \sigma_{si} (x_{si} - x_0) dA_{si} \quad (5)$$

$$\alpha' = \arctg(M_x / M_y) \quad (6)$$

式中 σ_{ci} —— 为 i 单元砼应力;

σ_{si} —— 为 i 号钢筋应力;

α' —— 抵抗荷载角;

x_0, y_0 —— 截面形心坐标;

x_{ci}, y_{ci} —— i 单元砼形心坐标;

x_{si}, y_{si} —— i 号钢筋合力点坐标;

A_c —— 截面受压区混凝土单元总面积;

A_s —— 截面钢筋总面积。

(4) 由式 (3) 求得的 N 与 N_k 比较, 若小于允许误差, 再考虑抵抗荷载角 α' 与给定外荷载角 α , 相比是否满足误差要求。若不满足上述两条件, 则分别改变中和轴位置 R 及法线角度 θ , 重新计算, 直至满足条件要求。此时 M 即为等肢 L 形截面双向偏心受压柱在 N_k (α_j 一定) 作用下, 当 ϕ 为某一给定值时截面所能抵抗的弯矩值 ($M = \sqrt{M_x^2 + M_y^2}$)。

(5) 按比例增加曲率 ϕ , 重复步骤 (1) ~ (4), 求每级曲率下相应的 M 值, 直至当截面压区边缘最大单元形心压应变达到砼极限压应变时, 求得 ϕ_u 及相应 M_u 值, 最后输出截面在 N_k (α_j 一定) 作用下不同 ϕ 值时相应的 M 及 θ 值。若在某级曲率下压区边缘砼单元形心的最大压应变大于 ϵ_{cu} , 此时截面在 N_k (α_j 一定) 作用下的 ϕ_u, M_u 可采用二分法求得。

2. $N-f$ 曲线的确定

以 N_{k-1} 级荷载作用下柱的收敛侧向挠度作为已知侧向挠度曲线, 求在 N_k 级荷载作用下沿柱高各分段点截面 (如 j 点) 所受的弯矩 M_{xj}, M_{yj} 。

$$M_{xj} = N_k (e_{0y} + f_{y_j}^{k-1}) \quad (7)$$

$$M_{yj} = N_k (e_{0x} + f_{x_j}^{k-1}) \quad (8)$$

式中 e_{0x}, e_{0y} —— 为 L 形截面双向偏心受压柱所受的初始偏心距;

f_{xj}^{k-1} 、 f_{yj}^{k-1} ——为柱在 N_{k-1} 级荷载作用下, j 点收敛侧向挠度。

$$M_j = \sqrt{M_{xj}^2 + M_{yj}^2} \quad (9)$$

$$\alpha_j = \arctg(M_{xj}/M_{yj}) \quad (10)$$

柱各分段点截面所受的 N_k 、 M_j 、 α_j 确定之后, 根据 $M-\phi$ 曲线求出相应的截面变形曲率 ϕ_j 及中和轴法线角度 θ_j , 将各分段点的截面的变形曲率 ϕ_j 沿 x 、 y 轴分解, 求得其分量 ϕ_{xj} 、 ϕ_{yj} , 然后通过积分或共轭梁法求柱轴各分段点在 x 、 y 轴的侧向挠度分量 f_{xj} 、 f_{yj} 及总侧向挠度 f_j :

$$f_{xj} = \int_0^z \int_0^z \phi_{xj} dz dz \quad (11)$$

$$f_{yj} = \int_0^z \int_0^z \phi_{yj} dz dz \quad (12)$$

$$f_j = \sqrt{f_{xj}^2 + f_{yj}^2} \quad (13)$$

式中, $\phi_{xj} = \phi_j \cos \theta_j$, $\phi_{yj} = \phi_j \sin \theta_j$, z_j 为分段点 j 点在 z 轴方向的坐标

在 N_k 级荷载作用下, 柱轴的一次侧向挠度确定后, 将其作为初始侧向挠度值, 可进一步求得由于附加弯矩引起的高阶侧向挠度。将这一过程循环执行, 直至侧向挠度在 N_k 级荷载作用下达到收敛要求。逐级加载即可求得柱的 $N-f$ 曲线。若在 N_k 作用下, 柱的侧向挠度发散, 则利用二分法求 $N_{k-1} = (N_k + N_{k-1})/2$ 作用时柱的侧向挠度, 重复上述过程, 直至找出柱的破坏荷载以及破坏时相应的侧向挠度值。若限制破坏荷载的误差足够小, 根据截面变形情况就可确定出柱的破坏为失稳破坏还是材料破坏。本文根据上述基本原理和计算方法, 编制了等肢 L 形截面双向偏心受压柱的非线性全过程分析程序。此程序的计算结果与有关试验值的比较表明: 理论与试验值最大误差为 11%, 最小误差为 1.1%, 二者吻合较好, 说明该程序是正确可行的。

四、等肢 L 形截面双向偏心受压柱承载力和侧向挠度的计算

理论分析及试验结果表明: 在截面、砼的强度等级以及配筋已定的条件下, 柱的长细比 l_0/r_0 、柱端相对偏心距 e_0/r_0 、柱两端的弯矩比值及弯矩作用方向(即荷载角 α) 是影响偏心受压柱承载能力及侧向挠度的主要因素。对于两端铰接的等偏心等肢 L 形截面双向偏心受压柱, 其极限承载力及相应的侧向挠度主要与长细比、柱端相对偏心距及荷载角有关。为研究不同长细比、柱端相对偏心距及荷载角对等

肢 L 形截面双向偏心受压柱的极限承载力及侧向挠度的影响, 本文选取截面为 L500 × 500 200mm, 配筋为 7 ￠ 20 + 1 ￠ 14, 砼强度等级为 C30 的柱, 截面配筋见图 3, 运用编制的计算机程序进行了非线性全过程分析。加载角度 α 分别为 45°、90°、135°、180°、225°, 每一荷载角各选取四种不同的长细比 $l_0/r_0 = 27.71, 48.5, 69.28, 90.07$, 每一长细比又选用五种不同相对偏心距 $e_0/r_0 = 0.3464, 0.866, 1.3856, 1.9053, 2.4249$ 共 100 种情况。通过计算及理论分析, 对于等肢 L 形截面双向偏心受压柱, 当截面配筋对称于最大主轴时, 其受力及侧向挠度有如下规律:

1. 当荷载作用在最大主轴平面时 ($\alpha = 45^\circ, 225^\circ$), 柱只产生初始弯矩作用平面内的侧向挠度, 侧向挠度曲线近似为正弦曲线; 而荷载作用在其它平面时, 柱破坏时其柱轴变形一般不在初始弯矩作用平面内, 其侧向挠度曲线也可近似认为是一正弦曲线。图 4 为 $\alpha = 90^\circ$ 时, 柱轴在各级荷载作用下的侧向挠度曲线。

2. 对不同的荷载角, 当相对偏心距 e_0/r_0 相同时, 随着长细比的增加, 柱的极限承载力将降低, 二者近似呈直线关系; 当长细比相同时, 随着偏心距的增大, 柱的极限承载力也将减小, 二者近似为二次曲线关系。图 5、6 分别为 $l_0/r_0 - N_0/f_c A_c (e_0/r_0 = 0.3464)$ 、 $e_0/r_0 - N_0/f_c A_c (l_0/r_0 = 48.5)$ 的关系曲线。

3. 长细比、相对偏心距及荷载角对等肢 L 形截面双向偏心受压柱侧向挠度有着重要影响。对于五种不同的荷载角, 当相对偏心距一定时, 柱破坏时其轴线沿荷载角方向的侧向挠度值随长细比的增大而增大, 二者近似为抛物线关系。当长细比一定时, 随着相对偏心距的增加, 柱破坏时其轴线沿荷载角方向的侧向挠度值也在不断增大。图 7、8 分别为 $l_0/r_0 - f_0/r_0 (e_0/r_0 = 0.3464)$ 及 $e_0/r_0 - f_0/r_0 (l_0/r_0$

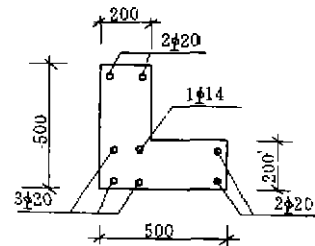


图 3

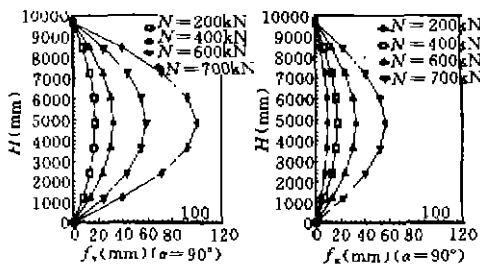


图4 $\alpha = 90^\circ$ 时,柱轴侧向挠度曲线

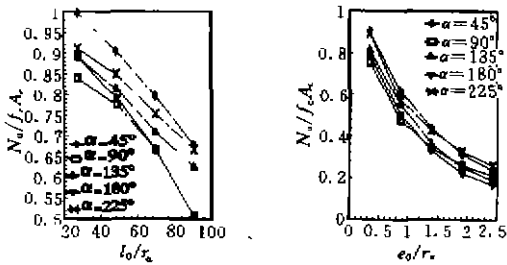


图5 $l_0/r_x - N_u/f_c A_c$ 关系 图6 $e_0/r_x - N_u/f_c A_c$ 关系

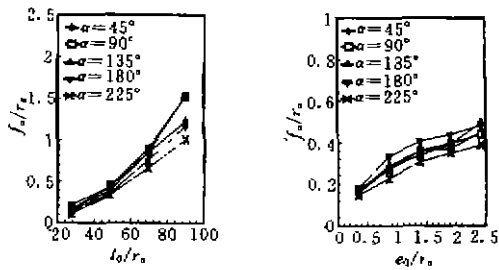


图7 $l_0/r_x - f_0/r_x$ 关系 图8 $e_0/r_x - f_0/r_x$ 关系

= 48.5)的关系曲线。 f_0 为柱破坏时其轴线沿荷载角方向的侧向挠度极限。

为了观察荷载角 α 对等肢L形截面双向偏心受压柱受力变形性能的影响,本文应用计算机程序对图3所示L形截面配筋柱,取柱高 $l_0 = 3874\text{mm}$,偏心距 $e_0 = 48.43\text{mm}$,分别按五种荷载角度进行了非线性全过程分析,五种荷载角下的荷载侧向挠度曲线见图9。图中曲线表明:当荷载作用在最小主轴平面即 $\alpha = 135^\circ$ 时,柱的承载力最大,破坏时沿荷载角方向的侧向挠度 f_x 最小;而荷载作用于最大主轴平面即 $\alpha = 225^\circ, 45^\circ$ 时,引起的侧向挠度较大,相

应的承载力较低,这主要是由于荷载角不同,截面沿荷载角方向的抗弯刚度存在较大差异所致。

4. 偏心距增大系数 η_0 的确定:利用非线性全过程分析方法,虽然可以全面地考虑长柱的受力性能以及不同破坏情况下柱的极限承载力,但目前还难以在工程设计中应用。因此,各国规范对长柱极限承载力的计算目前多采用近似计算方法。对于等肢L形截面双向偏心受压柱,本文建议其承载力的计算可参照我国砼结构设计规范(GBJ10-89)的方法来考虑。即在初始偏心距 e_0 的基础上乘以一个沿初始偏心距方向的偏心距增大系数 η_0 ($\eta_0 = 1 + f_0/e_0$)来考虑侧向挠度对极限承载力的影响。

理论分析表明,影响偏心距增大系数 η_0 的主要因素是沿荷载角方向的柱的长细比和相对偏心距。图10为 $\alpha = 180^\circ$ 时,对应四种长细比和五种相对偏心距的等肢L形截面柱破坏时 η_0 与 l_0/r_x 、 η_0 与 e_0/r_x 关系图,前者近似呈抛物线关系,后者近似呈双曲线关系。计算还表明,当其它荷载角时它们之间也有类似关系。因此,对等肢L形截面双向偏心受压柱,偏心距增大系数 η_0 有如下形式:

$$\eta_x = 1 + (l_0/r_x)^2 \cdot 1/(e_0/r_x) \cdot (1/B) \quad (14)$$

五种荷载角的结果分析表明,系数B受长细比影响较小,而主要与相对偏心距有关。将1/B分别按 $1/B = (K_1 + K_2 e_0/r_x)/6000$ 和 $1/B = [K_3 + K_4 e_0/r_x + K_5 (e_0/r_x)^2]/6000$ 两公式进行最小二乘法拟合,可以得到系数 $K_1 = 0.3766, K_2 = 0.2985, K_3 = 0.202, K_4 = 0.65, K_5 = -0.127$ 。这样,等肢L形截面双向偏心受压柱偏心距增大系数就可进一步表示为:

$$\eta_0 = 1 + \frac{(l_0/r_x)^2 [0.3766 + 0.2985(e_0/r_x)]}{6000(e_0/r_x)} \quad (15)$$

$$\text{或 } \eta_0 = 1 + \frac{(l_0/r_x)^2 [0.202 + 0.65(e_0/r_x) - 0.127(e_0/r_x)^2]}{6000(e_0/r_x)} \quad (16)$$

当 $l_0/r_x \leq 28$ 时,可近似取 $\eta_0 = 1$ 。

五、等肢L形截面双向偏心受压柱的设计方法

在实际砼结构工程设计中,一般首先给定钢筋砼双向偏心受压柱的截面尺寸,砼的强度等级以及所受的外荷载 N, M 及荷载角 α ,然后根据规范对承载力的要求确定截面的配筋。对于等肢L形截面双向偏心受压柱,由于破坏时截面中和轴方位的不确定性,一般手算非常困难,只有利用计算机来解决,

15

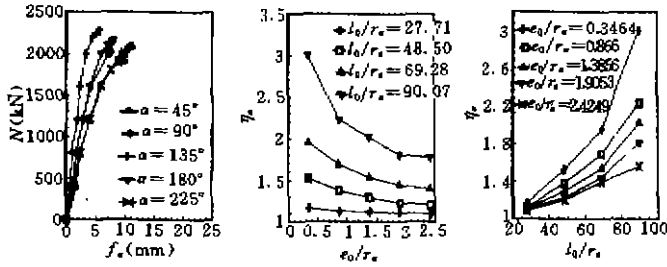


图9 柱轴向侧向挠度曲线比较 图10 $\alpha=180^\circ$ 时, $\eta_c-l_0/r_0, \eta_c e_0/r_0$ 关系

具体设计步骤如下:

(1) 根据等肢 L 形截面双向偏心受压柱的 $l_0/r_0, e_0/r_0$ 按本文建议公式求 η_c

(2) 选定砼及钢筋的强度等级, 根据规范要求确定纵向受力钢筋的布置。

(3) 初选纵向受力钢筋直径 d , 依据前述方法确定已知配筋截面柱在承载力 $N_u = N$ 时中和轴的位置。

(4) 求 $N_u = N$, 截面抵抗荷载角 $\alpha' = \alpha$ 时中和轴的位置和方向, 进而得出此时截面所能抵抗的弯矩 M_u

(5) 验算 M_u 是否满足设计要求 ($M_u \geq \eta_c M$)。若不满足, 修改纵筋直径 d , 重复上述步骤, 直至满足要求。

等肢 L 形截面双向偏心受压柱的截面承载力计算框图见图 11。

运用本文计算机程序对文献[3]的试验结果进行计算, 其结果见表 1。由表可以看出, 当砼极限压应变 ϵ_{cu} 取 0.004 (试验中压区砼极限应变在 0.004 ~ 0.0045 之间) 时, 本文方法的理论计算值与试验结果[3]有很好的—致性。

六、结论

通过对 100 根等肢 L 形截面中长柱的计算分析, 得出以下结论:

(1) 等肢 L 形截面双向偏心受压长柱破坏时的柱轴侧向挠度曲线可近似认为是一条正弦曲线。

(2) 等肢 L 形截面双向偏心受压柱正截面承载力可近似按初始偏心距或初始弯矩乘以偏心距增大系数 η_c 来进行计算。偏心距增大系数可按本文公式采用。

(3) 对等肢 L 形截面双向偏心受压柱, 当长细比 $l_0/r_0 \leq 28$ 时, 可按短柱考虑, 即取 $\eta_c = 1.0$; 当 $l_0/r_0 > 28$ 时, η_c 按式(15)或(16)考虑。

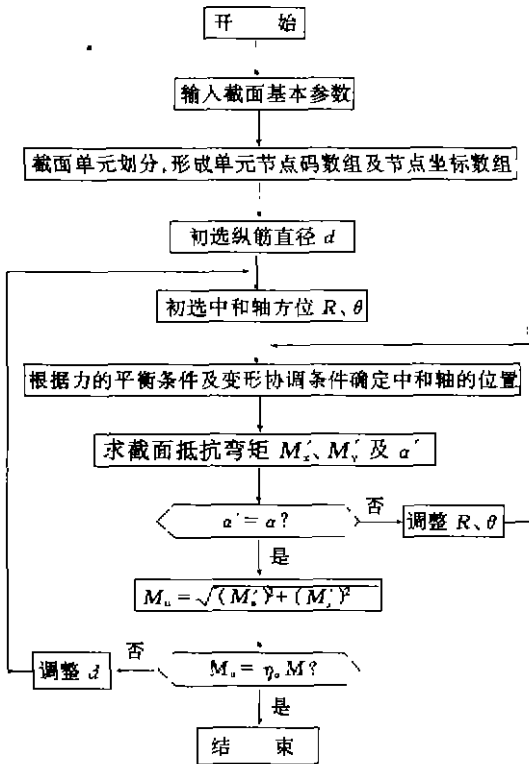


图 11 L 形截面双向偏心受压柱承载力计算框图

试验结果与理论计算值比较

表 1

	编号	P_{max} (kN)	M_{max} (kN·m)	M'_{theo} (kN·m) $\epsilon_{cu} = 0.004$	M_{theo} (kN·m) $\epsilon_{cu} = 0.0033$	$\frac{M'_{\text{theo}} - M_{\text{theo}}}{M'_{\text{theo}}}$	$\frac{M_{\text{theo}} - M'_{\text{theo}}}{M_{\text{theo}}}$
文 献	Z1	220	47.96	40	38.33	4.36%	16.6%
	Z2	220	44.85	40	37.45	6.8%	10.8%
	Z3	220	62.1	51.34	48.06	6.82%	17.3%
[3]	Z5	220	34.5	36.67	33.47	9.56%	-6.3%
	Z6	220	46.58	37.12	35.03	5.97%	20.3%

(下转第 35 页)

体的咬合作用,改善砌体的抗剪延性。

四、效果

由于我们在 27 项二层以下的砖混结构及所有钢筋砼通道篷盖(共有柱 277 根)中取消桩基,采用了天然地基,共节省桩千余根,从而也加快了工期。此外,采用天然地基也大大避免了因桩基支承的结构主体不下沉,而地面下沉(本工程的旅客联检大楼就曾出现因地面填土作用,下部淤泥固结下沉,业主自作主张取消预压,导致大厅地面下沉成轻微锅底状的情况)所出现的一系列麻烦问题。

从完工后的工程实践对比来看:采用了暗桁架基础的建筑情况良好;而业主同期在同一场地自建的单层办公用房却严重开裂。

五、结束语

通过在深圳皇岗口岸工程中采用暗桁架的经验,笔者认为:

1. “暗桁架”在理论上是“约束砌体”理论

的部分深化,它把“约束砌体”受力后的工作特征给出了具体定量的方向。把它用于常规外荷载作用下的砌体基础设计是有效的。

2. 为使“暗桁架”的工作更可靠,尽量提高砌体结构自身的抗剪能力是最为重要的,基于此,对以下几点应给予充分重视:

(1)除了要求先砌墙后浇砼暗柱和顶梁外,在砌墙时须将砌筑中的界面缝进行妥善处理,如清扫、湿润、铺浆,甚至必要的界面处理等。

(2)对砌筑所用砂浆的强度等级应予提高,一般不得低于 M10,且使用中必须保证其新鲜度,随拌随用。

(3)设法改善砂浆的干缩性能(一般砂浆的干缩值约为砼的 3 倍左右),可选用微膨胀水泥,外加增塑剂,减少拌和用水。

(4)制订有效的工艺手段,确保砌体竖缝中砂浆的密实和饱满。

(上接第 25 页)

相差不大,但试验方法简单,故建议用前者的方法来测试砌体的抗剪强度。

4. 本文对无约束砖砌体作了单轴受压试验,并用于模型砖砌体结构的计算分析中(特别是受力后期)。随着建筑业的发展,砖砌体与钢筋砼等组合结构构件的应用愈来愈广,故约束砖砌体在复合应力下的本构关系研究迫在眉睫。

参 考 文 献

1. 砌体基本力学性能试验方法标准(GBJ129-90). 中国建筑工业出版社,1990.
2. 砌体结构设计规范(GBJ3-88). 中国建筑工业出版社,1988.
3. 庄一舟, 底框组合墙结构体系的模型试验研究. 大连理工大学博士学位论文,1996.
4. Wang P T, Shah S P, Naaman A E. Stress - Strain Curves of Normal and Lightweight Concrete in Compression. J. of A. C. I. Nov. 1978;75(11):603 - 611.

(上接第 40 页)

(4)本文提出的等肢 L 形截面双向偏心受压柱正截面承载能力的计算机分析方法,与试验结果有很好的一致性,且具有工程实用价值。

参 考 文 献

1. 朱伯龙,董振祥. 钢筋砼非线性分析. 同济大学出版社,1984.
2. 王 伟. T 形及 L 形截面双向偏压构件的强度计算. 结构工程师,1986.
3. 刘 超. 钢筋砼 L 形截面双向压弯构件正截面强度延性的试验及理论研究. 天津大学研究生论文,1994.
4. Mallikarjural and P. Mahadevappa. Computer Aided Analysis of Reinforced Concrete Columns Subjected to Axial Compression and Bending-1 L-Shaped Reinforced Concrete Column. Computer and structures, 1992;44(5).
5. Yan C Y, Chan S J., SO A K W. Biaxial Bending Design of Arbitrarily Shaped Reinforced Concrete Column. ACI structural Journal, May - June, 1993.